| | | |
|---|---|---|
| دادة | عنوان الدرس : المثلثات المتقايسة-المثلثات المتشابهة<br>المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي<br>مدة الإنجاز : 12 ساعات<br>من إعداد وتقديم : ذ. المصطفى ترشيش | |

| المكتسبات القبلية | القدرات المنتظرة | توجيهات تربوية |
|---|---|---|
| *قياس الزوايا.<br>*مقارنة الزوايا بكل أنواعها.<br>*المثلثات الخاصة وخصائصها.<br>*التناسب. | *التعرف على مثلين متقايسين.<br><br>*استعمال حالات التشابه. | *نقول إن مثلثين متقايسين إذا كانا قابلين للتطابق.<br><br>*يمكن قبول حالات التقايس الثلاث من خلال استعمال الأنسوخ أو باستعمال أي تقنية أخرى مناسبة ويمكن البرهنة عليها إذا سمح مستوى التلاميذ بذلك.<br><br>*نقول إن مثلثين متشابهين إذا كانت أضلاع احدهما متناسبة على التوالي مع أضلاع المثلث الآخر.<br><br>*يمكن تقديم حالات التشابه اعتمادا على تقايس المثلثات ثم توظيف هذه الخاصيات في حل تمارين بسيطة. |

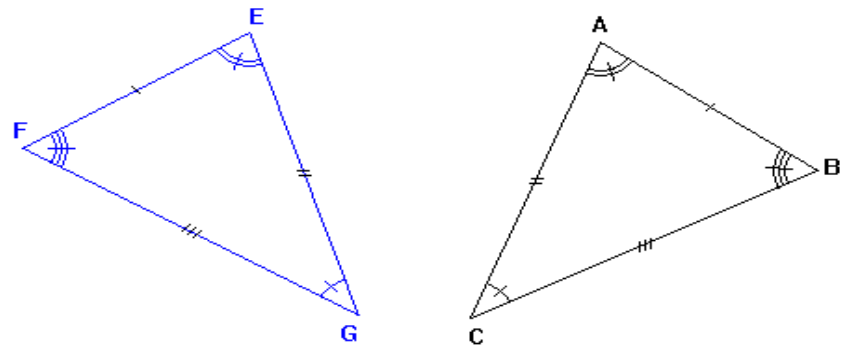
ثانوية أفورار الإعدادية

| | | |
|---|---|---|
| | | |

| سير الدرس ( أنشطة تمهيدية ) + المحتوى ( ملخص الدرس ) | تمارين تقويمية و منزلية |
|---|---|
| **المثلثات المتقايسة**<br><br>**I مثلثان متقايسان :**<br><br>1) – تعريف :<br><br>مثلثان متقايسان هما مثلثان قابلان للتطابق | تمرين 1<br><br>ABCD مستطيل مركزه O .<br><br>لتكن H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BD) و I المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (AC)<br><br>1) – أرسم شكـلا.<br><br>2) – بين أن المثلثين OBI و OAH متقايسان. |

2) – مثـال :

ABC و EFG مثلثان متقايسان .




الضلعان [EF] و [AB] يسميان ضلعان متناظران .

و كذلك الضلعان [EG] و [AC] و الضلعان [FG] و [BC] .

الزاويتان $F\hat{E}G$ و $B\hat{A}C$ تسميان زاويتان متناظرتان .

و كذلك الزاويتان $E\hat{F}G$ و $A\hat{B}C$ و الزاويتان $E\hat{G}F$ و $A\hat{C}B$ .

تمرين 2

ABC مثلث محاط بدائرة ( C ) مركزها O و شعاعها يخالف صفر .

( Δ ) مماس للدائرة في النقطة A .
المستقيم المار من B و الموازي للمستقيم ( Δ ) يقطع المستقيم (AC) في النقطة D .

1) – أرسم شكـلا.

2) – أثبت أن المثلثين ABC و ADB متشابهان.

3) – استنتج أن : $AB^2 = AD \times AC$ .

3) – خـاصيــة :

إذا كان مثلثان متقايسين فإن أضلاعهما المتناظرة متقايسة وزواياهما المتناظرة متقايسة

سيكون لدينا في المثال أعلاه :

$$AB = EF \quad و \quad AC = EG \quad و \quad BC = FG$$

$$A\hat{B}C = E\hat{F}G \quad و \quad A\hat{C}B = E\hat{G}F \quad و \quad A\hat{C}B = E\hat{G}F$$

## II حالات التقايس :

1 – الحالة الأولى :

* مثال :

نعتبر ABC و EFG مثلثين بحيث : AB = EF و AC = EG و BC = FG

تمرين 3

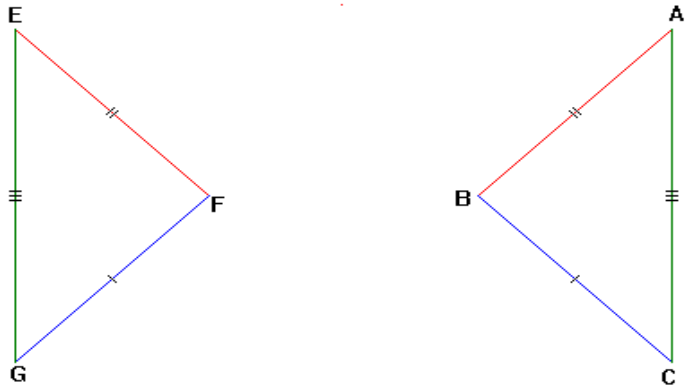
ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A ومحاط بدائرة ( C مركزها O و شعاعها r ) .

المستقيم العمودي على المستقيم (BC) و المار من النقطة A يقطع [BC] في النقطة M .

لتكن E نقطة من نصف المستقيم [AM) بحيث :

AM = ME .

1) – أرسم شكـلا.




باستعمال الأنسوخ :سنلاحظ أن ABC و EFG قابلين للتطابق

إذن : المثلثين ABC و EFG متقايســان .

* خاصية :

إذا قايست أضلاع مثلث على التوالي أضلاع مثلث آخر
فإن هذين المثلثين متقايســان

2) – الحالة الثانية :

2) – بين أن المثلثين AMC و EMB متقايسان.

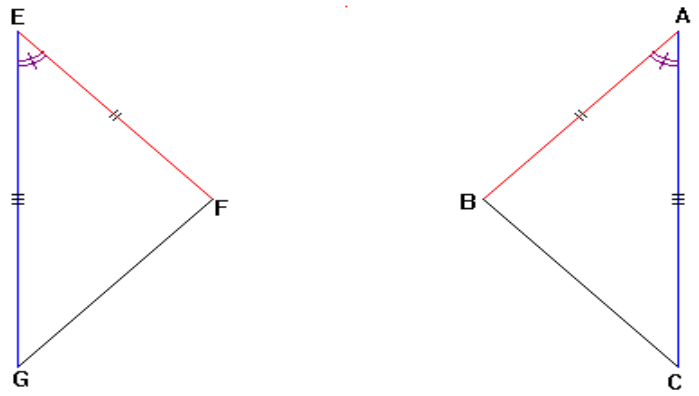
3) – أنشئ القطر [BF] للدائرة ( C ) ثم بين أن المثلثين AFB و MCA متشابهان

تمرين 4

ABC مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في A بحيث : AB = 4 cm .

* مثال :

نعتبر ABC و EFG مثلثين بحيث : AB = EF و AC = EG و $B\hat{A}C = F\hat{E}G$




باستعمال الأنسوخ :سنلاحظ أن ABC و EFG قابلين للتطابق

إذن : المثلثين ABC و EFG متقايســان .

* خاصية :

إذا قايس ضلعان في مثلث و الزاوية المحصورة بينهما على التوالي ضلعان في مثلث آخر و الزاوية المحصورة بينهما فإن هذين المثلثين متقايســان

I منتصف [AC] و J المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (BI) .

المستقيمان (CJ) و(AB) يتقاطعان في النقطة K .

1) – أرسم شكــلا.

2) – بين أن المثلثين ABI و JCI متشابهان.

3) – استنتج أن : $AB \times CI = JC \times BI$ .

4) – بين أن المثلثين ABI و ACK متقايسان.

5) – أحسب : BI و JC .

تمرين 5

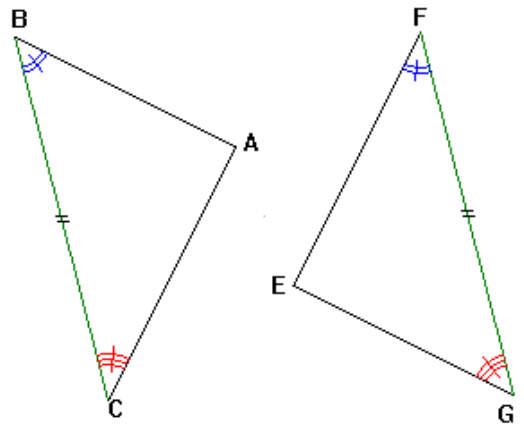
ABCD مربع مركزه O .

لتكن M نقطة من [AB] تختلف عن A و B . المستقيم العمودي على المستقيم (DM)

3) – الحالة الثالثة :

* مثال :

نعتبر ABC و EFG مثلثين بحيث : $A\hat{B}C = E\hat{F}G$ و $A\hat{C}B = E\hat{G}F$ و $BC = FG$




باستعمال الأنسوخ :سنلاحظ أن ABC و EFG قابلين للتطابق

إذن : المثلثين ABC و EFG متقايســان .

والمار من النقطة A يقطع (DM) في النقطة I و يقطع المستقيم (BC) في النقطة P .

1) – أرسم شكــلا.

2) – بين أن المثلثين ADM و IAM متشابهان.

3) --- أ) -- بين أن المثلثين ADM و BAP متقايسان.

ب) -- استنتج أن : AM = BP و أن : AP = DM .

4) --- أ) -- بين أن المثلثين OAM و OBP متقايسان.

ب) -- استنتج أن المثلث OPM متساوي الساقين و قائم الزاوية.

* خاصية :

إذا قايست زوايتان لمثلث و الضلع المحاذي لهما على التوالي زوايتان لمثلث آخر و الضلع المحاذي لهما فإن هذين المثلثين متقايســـان

## III – تطبيقات:

### تمرين 1

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

1) – أرسم شكــلا.

2) – بين أن المثلثين AOB و COD متقايسان.

3) – قارن المثلثين : ADB و CBD .

### تمرين 2

ABCD مستطيل بحيث : AB = 6 cm و B C = 4 cm.

M و N نقطتان من [AB]تحققان : $AM = \frac{1}{3}AB$ و $AN = \frac{2}{3}AB$ .

1) – أرسم شكــلا.

2) – بين أن المثلثين BMC و AND متقايسان.

تمرين 3

ABCD رباعي دائري و محدب بحيث : AB = CD و (AC) و (BD) يتقاطعان في I .

1) – أرسم شكــلا.

2) – أثبت أن المثلثين ABI و IDC متقايسان.

# المثلثات المتشابهة

## I _ مثلثان متشابهان :

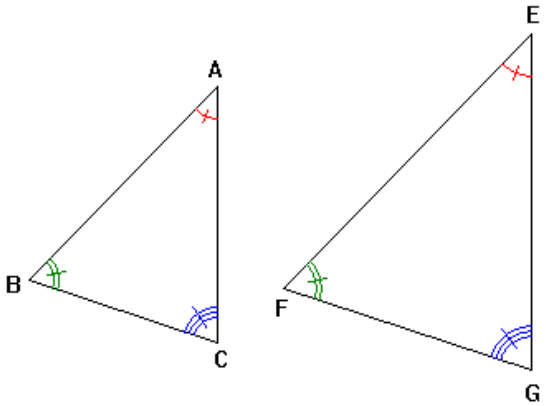
1) – تعريف :

يكون مثلثان متشابهين إذا قايست زوايا أحدهما على التوالي زوايا المثلث الآخر

2) – مثال :

( الشكـل جانبه ) :EFG و ABCللمثلثين

$B\hat{A}C = F\hat{E}G$ و $A\hat{C}B = E\hat{G}F$ و $A\hat{B}C = E\hat{F}G$




* ملاحظات هامة :

1) – الضلعان [EF] و [AB] يسميان ضلعان متناظران .

و كذلك الضلعان [EG] و [AC] و الضلعان [FG] و [BC] .

الزاويتان $F\hat{E}G$ و $B\hat{A}C$ تسميان زاويتان متناظرتان .

و كذلك الزاويتان $E\hat{F}G$ و $A\hat{B}C$ و الزاويتان $E\hat{G}F$ و $A\hat{C}B$ .

2) – مثلثان متقايسان هما مثلثان متشابهان .

3) – خاصية :

إذا كان مثلثان متشاهان فإن أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

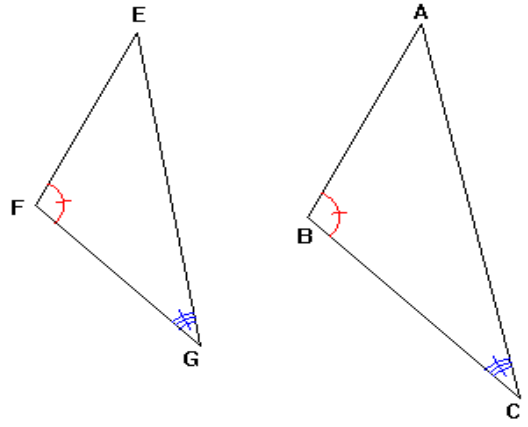
* بتعبير آخر :

إذا كان ABC و EFG مثلثين متشابهين فإن :

$$\frac{AB}{EF}=\frac{AC}{EG}=\frac{BC}{FG}$$

## II _ حـالات التشـابه :

1) – الحالة الأولى :




* مثـال :

ABC و EFG مثلثان بحيث :

$A\hat{B}C = E\hat{F}G$ و $A\hat{C}B = E\hat{G}F$ .

نعلم أن جموع قياسات زوايا مثلث يساوي 180°

ومنه $\widehat{BAC} = \widehat{FEG}$

إذن حسب التعريف :

المثلثين ABC و EFG متشابهان

* خــاصية :

إذا قايست زاويتان في مثلث على التوالي زاويتين

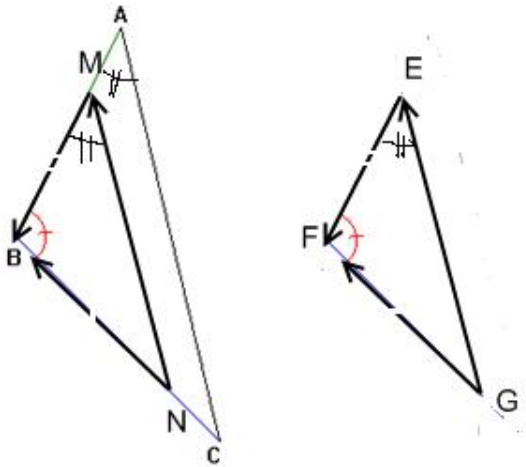
في مثلث آخـر فإن المثلثين متشابهان

* بتعبير آخر :

إذا كان ABC و EFG مثلثين بحيث :

$A\hat{B}C = E\hat{F}G$ و $A\hat{C}B = E\hat{G}F$ فإنهما متشابهان

2) – الحالة الثانية :




* مثــال :

ABC و EFG مثلثان بحيث :

$A\hat{B}C = E\hat{F}G$ و $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG}$ .

لتكن Mنقطة من [AB] وN نقطة من [BC] حيث : BM=EFوBN=FG

من خلال خصائص متوازيان وقاطع سنجد $\widehat{BMN} = \widehat{BAC}$ وبالتالي $\widehat{FEG} = \widehat{BAC}$

ومنه

المثلثين ABC و EFG متشابهان

* خـاصية :

إذا قايست زاوية في مثلث زاوية في مثلث آخـر

وكانت أطوال الأضلاع المحادية للزاويتين متناسبة فإن المثلثين متشابهان

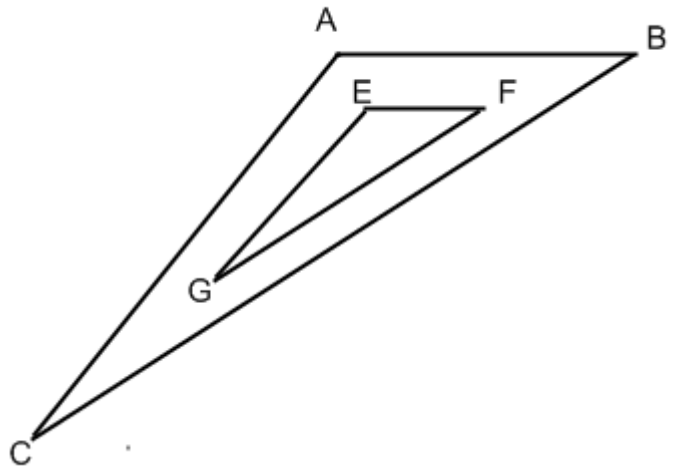
* بتعبير آخر :

إذا كان ABC و EFG مثلثين بحيث :

$$\frac{AB}{AC}=\frac{BC}{FG} \text{ و } A\hat{B}C=E\hat{F}G$$

فإنهما متشابهان

3)– الحالة الثالثة :




* مثـال :

ABC و EFG مثلثان بحيث :

$$\frac{AB}{EF}=\frac{AC}{EG}=\frac{BC}{FG}=2$$

من خلال الشكل وحسب الأضلاع المتوازية مثنى مثنى

سنجد : لكل زاوية في المثلث ABC زاوية تقايسها في المثلث EFG

ومنه : المثلثين ABC و EFG متشابهان

* خـاصية :

إذا كانت أطوال أضلاع مثلث متناسبة مع أطوال أضلاع مثلث أخـــر فإن المثلثين متشابهان

* بتعبير آخر :

إذا كان ABC و EFG مثلثين بحيث :

$$\frac{AB}{AC}=\frac{AC}{EG}=\frac{BC}{FG}$$ فإنهما متشابهان

## III ) تطبيقات

### تمرين 1

ABC مثلث محاط بدائرة C(O ; r) و [AH] الارتفاع الموافق للضلع [BC] .

المستقيم (OA) يقطع الدائرة في النقطتين A و D .

1) – أرسم شكـلا.

2) – برهن أن المثلثين ACD و AHB متشابهان.

### تمرين 2

ABC مثلث و E نقطة من نصف المستقيم [AB) .

الموازي للمستقيم (BC) و المار من النقطة E يقطع المستقيم (AC) في النقطة F .

| | |
|---|---|
| | 1) أنشئ الشكل<br>2) بين أن المثلثين ABC و AEF متشابهان.<br><br>ترين 3<br>ليكن ABC مثلث حيث AB=3cm و AC= 4cm وBC=5cm<br>EFG مثلث حيث : EF=8cm وEG=10cm وFG=6cm<br>بين أن ABC و EFG مثلثان تشابهان ليكنل |