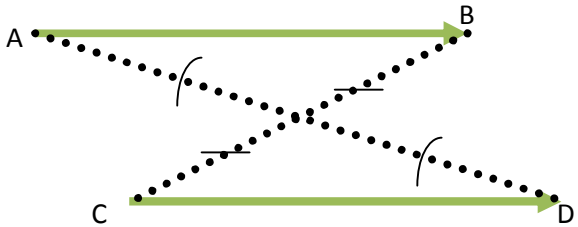
	عنوان الدرس : المتجهات و الإزاحة المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي مدة الإنجاز : 10 ساعات من إعداد وتقديم : ذ. المصطفى ترشيش	

المكتسبات القبلية	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
المتجهات متوازي أضلاع المفاهيم الأساسية في الهندسة المستوية	التعرف على صورة نقطة بإزاحة معلومة. التعرف على الإزاحة T التي تحول النقطة A إلى النقطة B إنشاء صورة نقطة بإزاحة معلومة. التعرف على صورة قطعة و مستقيم ونصف مستقيم وزاوية ودائرة بإزاحة. استعمال إزاحة في حل مسائل هندسية.	يتم التذكير ودعم مكتسبات التلاميذ حول المتجهات. التأكيد على الحفاظ على المسافة و قياس الزوايا. يقدم ضرب متجهة في عدد حقيقي انطلاقا من وضعيات هندسية بسيطة علما أن تحقيق هذه الكفاية سيتم في الجذع المشترك العلمي و الجذع المشترك التكنولوجي.

سير الدرس (أنشطة تمهيدية) + المحتوى (ملخص الدرس)	تمارين تقويمية و منزلية
I تساوي متجهتين : إذا كان $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ فإن [AD] و [BC] لهما نفس المنتصف إذا كان [AD] و [BC] لهما نفس المنتصف فإن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$	تمرين1 ليكن ABC مثلثا و I و J و K ثلاث نقط بحيث : $\overrightarrow{BI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

* شكل توضيحي :



2) تعريف ❷ :

إذا كان $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ فإن الرباعي ABDC متوازي الأضلاع

إذا كان رباعي ABDC متوازي الأضلاع فإن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

* شكل توضيحي :

1) – بين أن : $\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ و أن :

$$\overrightarrow{JK}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}-\frac{4}{15}\overrightarrow{AC}$$

2) – استنتج أن النقط : I و J و K مستقيمية.

تمرين2

ليكن ABCD متوازي الأضلاع .

1) – أنشئ النقط : M و N و P و Q بحيث :

$\overrightarrow{CP}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{DQ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

2) – أثبت أن الرباعي $MNPQ$ متوازي أضـلاع.

تمرين3

3) خاصية :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ يعني أن :

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس الإتجاه أي (AB) // (CD)

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس المنحى .

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس المنظم (المعيار) أي AB = CD .

ABC مثلث.

1) – أنشئ النقطتين M و N بحيث : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

2) – أثبت أن : B منتصف القطعة [MN] .

تمرين4

ليكن ABC مثلثا .

1) – أنشئ النقطتين E و F بحيث : $\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AF} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

2) – أثبت أن المتجهتين $\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{AF}$ مستقيميتين.

3) – استنتج أن النقط : A و E و F مستقيمية.

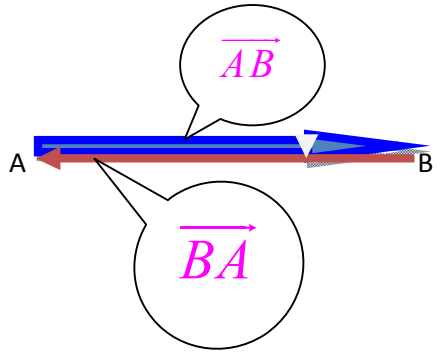
تمرين5

4) المتجهة المنعدمة :

$\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \vec{O}$ متجهة منعدمة

إذا كان $\overrightarrow{AB} = \vec{O}$ فإن : A = B (A و B منطبقتان)

5) مقابل متجهة :



مقابل المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هي المتجهة $\overrightarrow{BA}$.

و نكتب : $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

ليكن ABC مثلثا .

1) – أنشئ النقطتين I و J بحيث : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$.

2) – أثبت أن المستقيمين (IC) و (BJ) متوازيان.

تمرين6

ليكن ABCD متوازي أضلاع و O نقطة من المستوى.

1) – أنشئ النقط P و Q و R بحيث : $\overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{PQ} = 3\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{OR} = 3\overrightarrow{OB}$.

2) – أنشئ النقطة I بحيث RPQI متوازي أضـلاع.

3) – أثبت أن النقط : O و D و Q مستقيمية.

4) – أثبت أن المتجهتين $\overrightarrow{PR}$ و $\overrightarrow{AB}$ مستقيميتان.

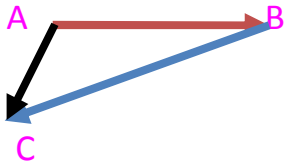
5) – أثبت أن النقط : O و C و I مستقيمية.

6) مجموع متجهتين :

أ- علاقة شال

لتكن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ متجهتين غير منعدمتين

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$



ب- مجموع $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$

مجموع المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ هو المتجهة $\overrightarrow{AD}$

بحيث الرباعي ABDC متوازي الأضلاع.

* شكل هندسي :

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متجهتان غير منعدمتين .

لننشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

تمرين7

ABC مثلث.

1) – أنشئ النقطتين E وF بحيث : $\overrightarrow{AE}=-2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

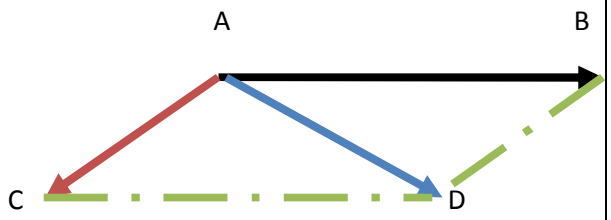
2) – أنشئ النقطة M بحيث : $\overrightarrow{FM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

3) – بين أن المستقيم (FM) يوازي المستقيم (AB) .

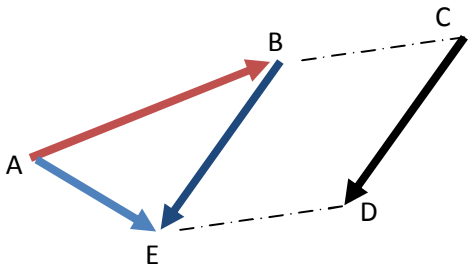
4) – أنشئ النقطة N بحيث : $\overrightarrow{AN}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AF}$.

5) – بين أن : $\overrightarrow{AN}$ و $\overrightarrow{BC}$ متجهتان مستقيميتان .

6) – لتكن H نقطة بحيث : $\overrightarrow{AH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AF}$. بين أن : A و N و H نقط مستقيمية .



- مجموع $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$



$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتان غير منعدمتين .

لننشئ E بحيث : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

من أجل هذا سننشئ E بحيث : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CD}$

أي BEDC متوازي الأضلاع .

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

7) ضرب متجهة في عدد حقيقي :

أ)مثال

لنعتبر المستقيم (AB) وC نقطة منه حيث: $AB = \frac{2}{3}AC$

شكل هندسي 1

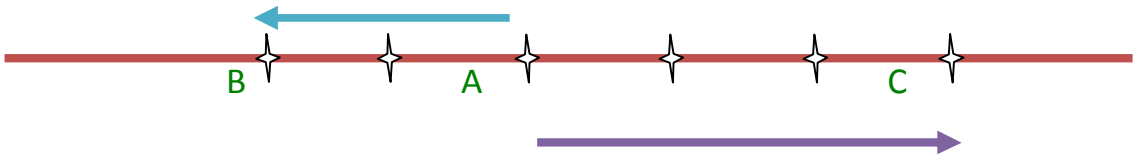
بما أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ لهما نفس المنحى و $AB = \frac{2}{3}AC$

فإننا نكتب $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

ونقول : المتجهة $\overrightarrow{AB}$ تساوي جداء المتجهة $\overrightarrow{AC}$ في العدد الحقيقي $\frac{2}{3}$

شكل هندسي 2

شكل هندسي 1



بما أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ليس لهما نفس المنحى و $AB = \frac{2}{3}AC$

فإننا نكتب $\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

ونقول : المتجهة $\overrightarrow{AB}$ تساوي جداء المتجهة $\overrightarrow{AC}$ في العدد الحقيقي $-\frac{2}{3}$

ب) صفة عامة

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و k عدد حقيقي .

نسمي المتجهة $\overrightarrow{AM}$ جداء المتجهة $\overrightarrow{AB}$ في العدد الحقيقي k ،

إذا كانت

M نقطة من المستقيم (AB) بحيث : $\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AB}$.

-- إذا كان $k > 0$ فإن : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ لهما نفس المنحى .

-- إذا كان $k < 0$ فإن : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ لهما منحيان متعاكسان.

ج) المتجهة و المنتصف

A و B و M ثلاث نقط

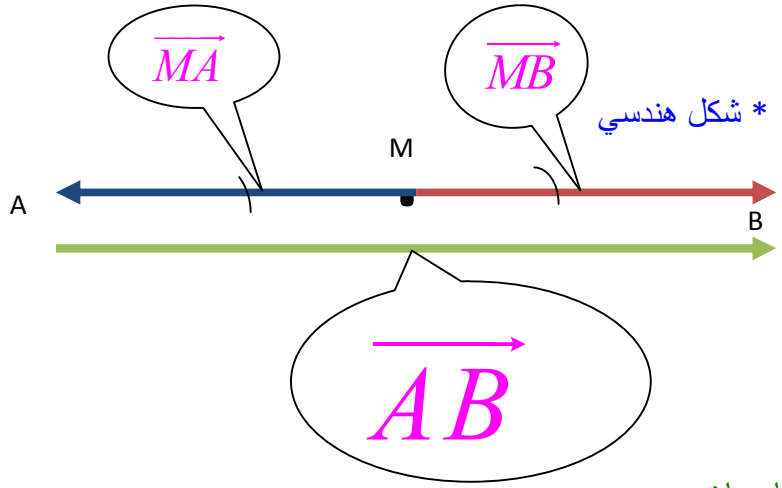
M منتصف [AB] يعني أن $\overrightarrow{MA} = -1\overrightarrow{MB}$

كما أن $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{O}$

وأن $\overrightarrow{AM} = 1\overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

و $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{AM}$

* شكل هندسي



د) خاصيات :

a) النقط المستقيمية

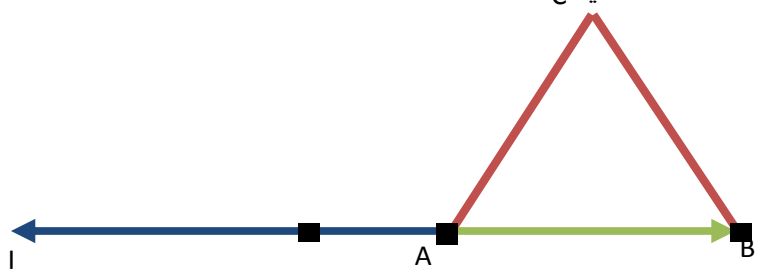
تمرين تمهيدي

ليكن ABCمثلث و I نقطة حيث: $\overrightarrow{AI} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

1) أنشئ الشكل
2) بين أن A و B و C نقط مستقيمية

إشارة للحل

1- شكل هندسي



3) لنبين أن A و B و I نقط مستقيمية:

لدينا $\overrightarrow{AI} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

إذن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AI}$ لهما نفس الاتجاه

وبالتالي (AB) و(AI) متوازيان منطبقان لأن لهما نقطة مشتركة

إذن A و B و I نقط مستقيمية

خاصية

K عدد حقيقي غير منعدم

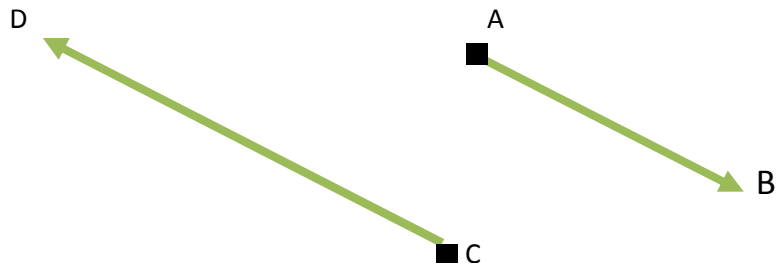
* / إذا كان : $\overrightarrow{AC} = k.\overrightarrow{AB}$ فإن النقط A و B و C مستقيمية .

b)المتجهتان المستقيميتان

مثال :

A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمية .

لننشئ D بحيث : $\overrightarrow{CD} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$



$\overrightarrow{CD} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ يعني أن (AB) // (CD)

نقول : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتان مستقيميتان منحاهما متعاكسان .

خاصية

* / إذا كان : $\overrightarrow{CD} = k.\overrightarrow{AB}$ فإن (AB) // (CD)

و نقول : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتان مستقيميتان .

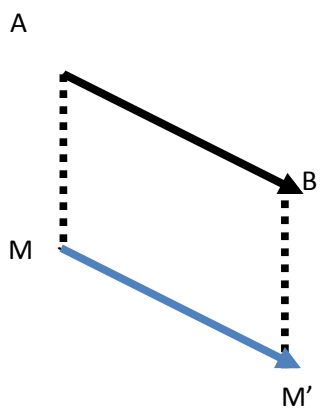
II الإزاحـة :

3) مثال وتعريف:

مثال:

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و M نقطة .

لننشئ النقطة M' بحيث : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$



تمرين8

ليكن ABC مثلثا.

1) – أنشئ النقطتين E و F مماثلتا C و A على التوالي بالنسبة للنقطة B .

2) – أنشئ النقطتين M و N صورتا A و C على التوالي بالإزاحة التي تحول F إلى E .

3) – برهن أن : $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{FN}$.

تمرين9

ABCD متوازي أضلاع و M صورة C بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{BD}$.

1) – أرسم شكـلا.

2) – أثبت أن الرباعي BCMD متوازي الأضـلاع.

3) – بين أن : $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AD}$.

تمرين10

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$ يعني أن ABM'M متوازي الأضلاع .

نقول :M' صورة M بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$ ونرمز لها ب: $t_{\overrightarrow{AB}}$

أونقول: M' صورة M بالإزاحة التي تحول Aإلى B ونرمز لها كذلك ب: t أو T

– تعريف :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و M نقطة .

M' صورة M بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$ (أو بالإزاحة التي تحول A إلى B)

يعني أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$ أي ABM'M متوازي الأضلاع .

EFGH متوازي أضلاع و O نقطة من المستوى.

1) – أنشئ M صورة O بالإزاحة التي تحول E إلى F .

2) – أنشئ N صورة M بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{EH}$.

3) – أثبت أن N هي صورة O بالإزاحة التي تحول E إلى G .

تمرين11

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A و E منتصف [BC] .

نعتبر t الإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{EA}$.

1) – أنشئ النقط A' و B' و C' صور النقط A و B و C على التوالي بالإزاحة t .

2) – أثبت أن A'B'C' مثلث متساوي الساقين .

3) – بين أن A منتصف [B'C'] .

2) خاصية أساسية :

تمرين تمهيدي

لنعتبر الإزاحة t ذات المتجهة $\vec{u}$

A و B نقطتين حيث A' و B' صوريهما على التوالي بالإزاحة t

بين أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$

خاصية

إذا كانت M' و N' صورتي M و N على التوالي بإزاحة

فإن : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$.

3) – صور بعض الأشكـال :

أ) صورة مستقيم :

مثال

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و (EF) مستقيم

لننشئ صورة (EF) بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

لنضع E' و F' صورتي E و F على التوالي بهذه الإزاحة

تمرين12

[AB] قطعة و (C) و (C') دائرتان مركزاهما A و B على التوالي.

(C) و (C') تتقاطعان في نقطتين مختلفتين E و F .

نعتب الإزاحة t التي تحول A إلى B .

1) – أنشئ E' صورة E بالإزاحة t .

2) – أثبت أن المثلث EE'F قائم الزاوية.

3) – استنتج أن B منتصف [FE'] .

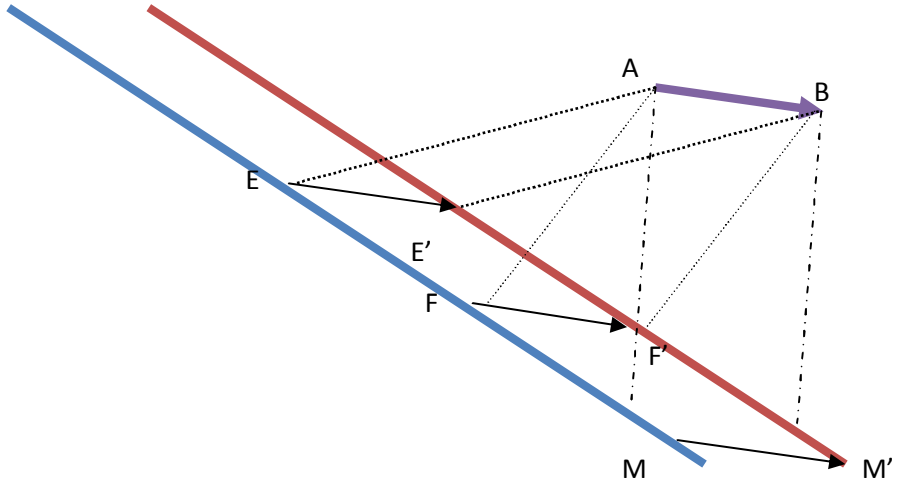
4) – لتكن M نقطة من الدائرة (C) تختلف عن E و F .

أ) -- أنشئ M' صورة M بالإزاحة t .

ب) -- بين أن المستقيم (EM) عمودي على المستقيم (FM') .

ولنعتبر M نقطة ما من المستقيم (EF) حيث:M’ صورتها

شكل هندسي



بما أن M من المستقيم (EF) فإن E و F و M نقط مستقيمية

إذن يوجد عدد حقيقي K حيث $\overrightarrow{EF} = K\,\overrightarrow{EM}$ (1)

تمرين13

لاحـظ الشكـل جانبه بحيث :

ABC مثلث قائم الزاوية في A

و $\overrightarrow{EF}$ متجهة غير منعدمـة.

1) – أنقل الشكـل في دفترك.

2) – أنشئ A’ و B’ و C’ صور A و B و C على التوالي بالإزاحة التي تحول E إلى F .

3) – أثبت أن المثلث A’B’C’ قائم الزاوية.

4) – بين أن : (BC) // (B’C’) .

وحيث E’ و F’ و M’ صور E و F و M على التوالي بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$

فإن : و $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{E'M'}$ (2)

من (1) و(2) نجد : $\overrightarrow{E'F'} = K\,\overrightarrow{E'M'}$

إذن E’ و F’ و M’ نقط مستقيمية

وبالتالي كلما تحركت Mعلى المستقيم (EF) فإن M’ تتحرك على المستقيم (E’F’) (والعكس صحيح)

إذن نقول صورة المستقيم (EF) بهذه الإزاحة هو المستقيم (E’F’)

وحيث $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{E'F'}$ فإن (EF) يوازي (E’F’)

خاصية

صورة مستقيم بإزاحة هو مستقيم يوازيه

/ ملاحظة هامة :

لإنشاء صورة مستقيم بإزاحة نحدد نقطتين مختلفتين على هذا المستقيم

ثم ننشئ صورتيهما بنفس الإزاحة .

ب)استنتاج

صورة قطعة :

صورة قطعة [EF] بإزاحة هي القطعة [E'F'] بحيث :

E' و F' هما صورتي E و F على التوالي بنفس الإزاحة

و سيكون لدينا : (EF) // (E'F') و EF = E'F'

صورة نصف مستقيم :

صورة نصف مستقيم [EF) بإزاحة هي نصف المستقيم [E'F') بحيث :

على التوالي بنفس الإزاحةF و E هما صورتي F' وE'

و سيكون لدينا : (EF) // (E'F')

صورة زاوية :

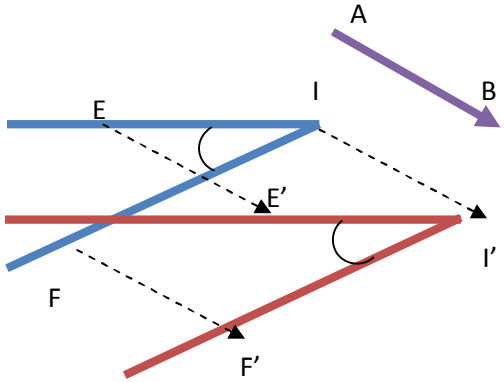
صورة زاوية $A\hat{O}B$ بإزاحة هي الزاوية $A'\hat{O}'B'$ بحيث :

A' و O' و B' هي صور A و O و B على التوالي بنفس الإزاحة .

و سيكون لدينا : $A\hat{O}B = A'\hat{O}'B'$

* / مثال :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و $\widehat{EIF}$ زاوية .



لننشئ الزاوية $\widehat{E'I'F'}$ صورة $\widehat{EIF}$

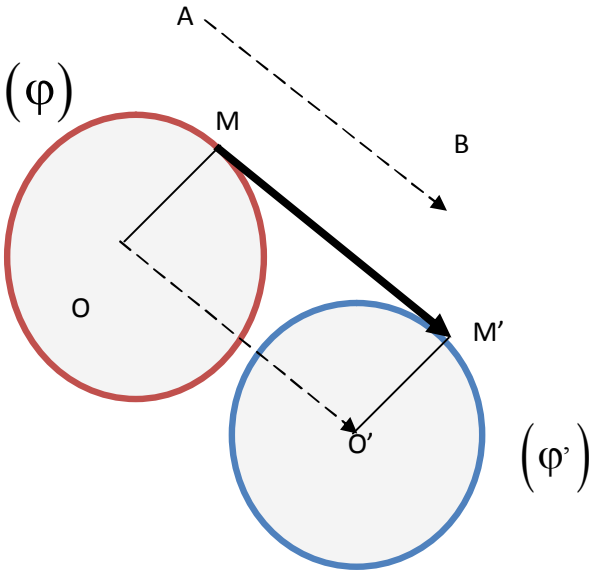
بالإزاحة التي تحول A إلى B .

صورة دائــرة :

صورة دائرة (C) مركزها O و شعاعها r هي الدائرة (C') مركزها O' صورة O بنفس الإزاحة و لها نفس الشعاع r .

* / مثال :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و (φ) دائرة مركزها O و شعاعها r .



لننشئ الدائرة (φ') صورة (φ)

بالإزاحة التي تحول A إلى B .

لنبين أن للدائرتين نفس الشعاع r .

لدينا :

O' صورة O بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

M' صورة M بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

إذن : $OM = O'M'$

و بما أن $OM = r$ فإن $O'M' = r$

و منه ننستنتج أن للدائرتين نفس الشعاع r .

* / ملاحظة هامة :

لإنشاء صورة دائرة بإزاحة ننشئ صورة المركز بنفس الإزاحة

ثم نحتفظ بنفس الشعاع .