

عنوان الدرس : النظمات

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

مدة الإنجاز : 10 ساعات

من إعداد وتقديم: د. المصطفى ترشيش



النظامات	القدرات المنتظرة	المكتسبات الفلبية
<p>● يتم الربط بين حل نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمحضتين ومعادلة مستقيم.</p> <p>● يعتمد في حل النظمات على طريقتي التعويض والتالية الخطية.</p> <p>● ينبغي الحرص على توظيف حل نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمحضتين في وضعيات مستفادة من الواقع المعيش أو من مواد دراسية أخرى.</p>	<p>● حل نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمحضتين مبيانيا.</p> <p>● حل نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمحضتين جبريا.</p> <p>● ترتيب وضعيات تؤول في حلها إلى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمحضتين.</p>	<p>● ومعادلة مستقيم</p> <p>● المعادلات بمحض واحد</p> <p>● المسائل</p>

تمارين تقويمية و منزليه	سير الدرس (أنشطة تمهيدية) + المحتوى (ملخص الدرس)	
<p><u>تمرين 1</u></p> <p>حل مبيانيا النظمات الآتية :</p> $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 6y - 2 = 0 \end{cases} ;; \quad \begin{cases} 2x + y = -1 \\ -x - y = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 1}{3} \\ 3x - 2y - 5 = 0 \end{cases} ;;$ <p><u>تمرين 2</u></p> <p>حل باستعمال طريقة التعويض النظمات الآتية :</p> $;; \quad \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 2 + 2y = 4x \end{cases} ;; \quad \begin{cases} 3x - 2y - 1 = 0 \\ x + y = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} ;; \quad \begin{cases} x + 3y + 2 = 0 \\ 3x + y - 2 = 0 \end{cases}$	<p><u>1) نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين</u></p> <p>(مدخل) لنعتبر عددين حقيقين مجموع ضعف الأول مع ثلث الثاني يساوي 2 . وفرق الأول مع ضعف الثاني يساوي 6 لنضع x العدد الأول وy العدد الثاني</p> $\begin{cases} 2x + \frac{1}{3}y = 2 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ <p>إذن يمكن ترجمة هذه المسألة إلى الكتابة التالية :</p> <p>نقول هذه الكتابة التي توصلنا إليها هي لنظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x وy</p> <p></p> <p><u>2) تعريف</u></p> <p>نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين تكتب على الشكل التالي :</p> $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ <p>و <math>a, b, c</math> و <math>a', b', c'</math> أعداد حقيقة معلومة و <math>x, y</math> عددان حقيقيان مجهولان</p>	

## (II) حل نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمحضتين

### (1) مدخل

حل نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمحضتين  $x$  و  $y$  يعني إيجاد قيمة الزوج  $(y; x)$  التي تتحقق المتساویتان معاً.

الأولى تسمى: **الحل المباني**



الثانية تسمى: **الحل الجبري** ويترافق مع طرفيتين

طريقة التعويض طريقة التأليف الخطية

ولحل نظمة معادلتين من الدرجة الأولى طريقتين

### (2) أمثلة

#### ❖ **الحل المباني**

$$(S): \begin{cases} 4x - y - 2 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

لحل النظمة :

.  $4x - y - 2 = 0$  :  $(D_1)$  **ال المستقيم الذي معادلته**

.  $2x - y + 2 = 0$  :  $(D_2)$  **ال المستقيم الذي معادلته**

لنحدد المعادلة المختصر لكل من المستقيمين  $(D_1)$  و  $(D_2)$ .

$$;; \quad \begin{cases} 2x + 1 = 2y - 1 \\ 3 - x = 2 - y \end{cases}$$

$$;; \quad \begin{cases} 3x - 2y + 8 = x - y + 5 \\ 2x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = y - 3x + 1 \\ -x - y = 0 \end{cases}$$

### تمرين 3

حل باستعمال طريقة التأليف الخطية النظمات الآتية:

$$\begin{cases} -5x - 7y = -4 \\ 5x + 3y = 10 \end{cases} ; ; \quad \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + 2y = 0 \end{cases} ; ;$$

$$\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} ; ; \quad \begin{cases} x + 4y = 3 \\ 3x + 4y = -6 \end{cases}$$

$$;; \quad \begin{cases} 3x + y = 2 \\ -x - 2y = 5 \end{cases} ; ; \quad \begin{cases} 2x + y = -7 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - 2y = -2 \\ x + y = 1 \end{cases} ; ; \quad \begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$$

#### تمرين 4

حل النظمات الآتية :

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ -x - 5y = 3 \end{cases} \quad ; ; \quad \begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ 9x - 5y = 3 \end{cases} \quad ; ;$$

$$\begin{cases} 5x - 3y + 1 = 0 \\ -x + 2y - 2 = 0 \end{cases} \quad ; ;$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 7x + 5y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \quad ; ; \quad \begin{cases} 4x + 3y = 12 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \quad ; ;$$

$$\begin{cases} -x + y = -5 \\ 5x - 2y = 2 \end{cases} \quad ; ; \quad \begin{cases} 7x - y = -5 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$; ; \quad \begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ 2x + y = -4 \end{cases} \quad ; ; \quad \begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ x + 2y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - y = 3 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (D_1) : y = 4x - 2 \\ (D_2) : y = 2x + 2 \end{cases} \quad \text{لدينا :}$$

نلاحظ أن المستقيمين  $(D_1)$  و  $(D_2)$  ليس لهما نفس الميل ، إذن فهما مستقيمان متقطعان .

و بالتالي للنظامة حلاً وحيداً هو زوج إحداثي نقطة تقاطع المستقيمين  $(D_1)$  و  $(D_2)$  .

لتكن  $M(x_M; y_M)$  نقطة تقاطع المستقيمين  $(D_1)$  و  $(D_2)$  . نحدد زوج إحداثي  $M(x_M; y_M)$  .

نعتبر المستوى منسوباً إلى معلم متعامد منظم  $(O; I; J)$  .

لنشئ المستقيمين  $(D_2)$  و  $(D_1)$

### تمرين 5

يوجد في قسم من أقسام الثالثة إعدادي 42 تلميذاً وتلميذة.

إذا ضربنا عدد التلاميذ في 2 وعدد التلميذات في 5 أصبح فرقهم 35 .

كم عدد التلاميذ وكم عدد التلميذات بهذا القسم ؟

### تمرين 6

حديقة مستطيلة الشكل محيطها يساوي 220 m .

إذا طرحتنا من عرضها النصف وأضفنا إلى طولها الربع أصبح محيطها 200 m .

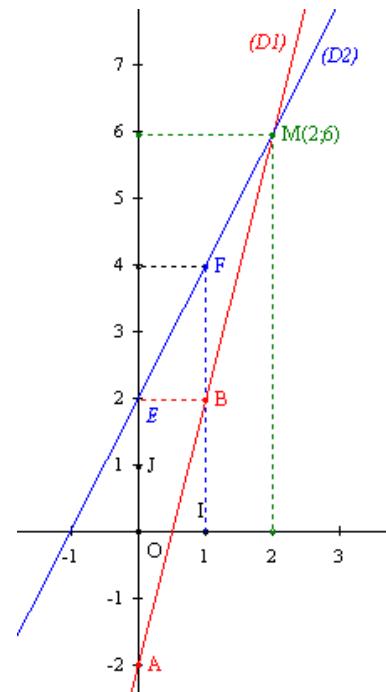
فما هما إذن بعداً هذه الحديقة ؟

$(D_2)$

$x$	0	1
$y$	2	4
$M(x;y)$	$E(0;2)$	$F(1;4)$

$(D_1)$

$x$	0	1
$y$	-2	2
$M(x;y)$	$A(0;-2)$	$B(1;2)$



نلاحظ من خلال المبيان أن :

و بالتالي الزوج  $(2;6)$  هو حل النظمة  $(S)$  .

تمرين 7

اشترى كتبى صنفين من الكتب A و B ، مجموعها 23 كتابا.

ثمن الصنف A 20 درهما للكتاب الواحد و ثمن الصنف B 17,5 درهما للكتاب الواحد و بلغ ثمن جميع هذه الكتب 435 درهما.

ما هو عدد كتب كل صنف ؟

تمرين 8

يريد تلميذ أن يشتري كتابا لها نفس الثمن و دفاتر لها نفس الثمن.

إذا علمت أن ثمن 5 كتب و 7 دفاتر هو 87 درهما وأن ثمن 8 كتب و 4 دفاتر هو 114 درهما فما هو ثمن الكتاب الواحد و ثمن الدفتر الواحد ؟

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل نقول أنهما متوازيان قطعا و أن النظمة ليس لها حل .

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل و نفس الأرتب عن الأصل نقول أنهما متوازيان منطبقان و أن ما لانهائي من الأزواج حول للنظمة .

## ❖ الحل الجبري لنظام معادلتين :

## ► طريقة التعويض :

$$(E) \quad \begin{cases} (1) & 2x + y = 11 \\ (2) & x + 3y = 18 \end{cases}$$

لحل النظمة : في المعادلة (1) نحسب  $y$  بدلالة  $x$  . إذن :

في المعادلة (2) نعرض  $y$  بالقيمة  $x - 11$  ثم نحسب  $x$  . إذن :

$$x + 3(11 - 2x) = 18$$

$$x + 33 - 6x = 18$$

$$x - 6x = 18 - 33$$

$$-5x = -15$$

$$x = \frac{-15}{-5}$$

$$x = 3$$

### تمرين 9

حدد عددين حقيقين مجموعهما يساوي 711 و فرقهما يساوي 353 .

و منه فإن :

$$y = 11 - 2 \times 3$$

$$y = 11 - 6$$

$$y = 5$$

و بالتالي الزوج (5;5) هو حل هذه النظمة (E) .

### تمرين 10

اشترى فلاح نوعين من الخرفان : السردي و البركى في المرة الأولى اشتري 74 خروفًا سردياً و 110 خروفًا بركياً بثمن 3384 درهما.

في المرة الثانية اشتري 90 خروفًا سردياً و 52 خروفًا بركياً بثمن 2480 درهما.

أحسب ثمن الخروف الواحد من كل صنف

► طريقة التاليفية الخطية :

$$(F) : \begin{cases} (1) & 2x + 3y = 5 \\ (2) & 5x + 6y = 14 \end{cases}$$

لحل النظمة :

$$\begin{cases} -4x - 6y = -10 \\ 5x + 6y = 14 \end{cases}$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 2 – نحصل على النظمة :

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$-4x - 6y + 5x + 6y = -10 + 14$$

$$-4x + 5x - 6y + 6y = 4$$

$$x = 4$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 5 و طرفي المعادلة (2) في العدد 2 – نحصل على النظمة :

$$\begin{cases} 10x + 15y = 25 \\ -10x - 12y = -28 \end{cases}$$

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$10x + 15y - 10x - 12y = 25 - 28$$

$$10x - 10x + 15y - 12y = -3$$

$$3y = -3$$

$$y = \frac{-3}{3}$$

$$y = -1$$

و بالتالي الزوج (5;-4) هو حل النظمة .

III \_ مسائل تؤول في حلها إلى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين .

(1) – قاعدة :

لحل مسألة نتبع المراحل التالية :

-- اختيار المجهولين .

-- صياغة النظمة .

-- حل النظمة ( جبريا ).

-- التحقق من الحل .

-- الرجوع إلى المسألة .

(2) – مثال :

ساهمت مجموعة تتكون من 20 فردا ( أستاذة و تلاميذ ) ، في شراء مجموعة من الكتب لخزانة المدرسة بثمن 320 درهما .

إذا علمت أن كل أستاذ ساهم ب 30 درهم و أن كل تلميذ ساهم ب 10 دراهم، فما هو إذن عدد الأستاذة و ما هو عدد التلاميذ المساهمين ؟

► اختيار المجهولين :

ليكن  $x$  هو عدد التلاميذ المساهمين و  $y$  هو عدد الأساتذة المساهمين .

► صياغة النظمة :

عدد الأفراد الذين ساهموا هو 20 فردا من بينهم أساتذة و تلاميذ ، إذن :  $x + y = 20$  .

ساهم كل أستاذ ب 30 درهم و ساهم كل تلميذ ب 10 دراهم بحيث

مجموع كل مساهماتهم يساوي 320 درهما

، إذن :  $10x + 30y = 320$  .

$$\cdot \begin{cases} x + y = 20 \\ 10x + 30y = 320 \end{cases} \quad \text{إذن النظمة هي :}$$

► حل النظمة :

باتباع إحدى الطرقتين المذكرتين أعلاه نحصل على :  $x = 14$  و  $y = 6$  .

► التحقق من الحل :

$$. \quad 10 \times 14 + 30 \times 6 = 140 + 180 = 320 \quad \text{و} \quad 14 + 6 = 20 \quad \text{لدينا :}$$

إذن الزوج  $(14; 6)$  هو حل النظمة أعلاه .

► الرجوع إلى المسألة :

عدد التلاميذ هو : 14 .

عدد الأساتذة هو : 6 .

