



عنوان الدرس : الجذور المربعة  
المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي  
مدة الإنجاز : 10 ساعات  
من إعداد وتقديم: د. المصطفى ترشيش



المكتسبات القبلية	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
*القوى *العمليات على الأعداد الجذرية	<p>* التعرف على أنه إذا كان <math>a</math> عدداً حقيقياً موجباً فإن <math>\sqrt{a}</math> هو العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه <math>a</math>.</p> <p>* استعمال الآلة الحاسبة لتحديد قيم مقربة لجذر مربع.</p> <p>* استعمال <math>\sqrt{a^2}</math> و <math>(\sqrt{a})^2</math> حيث <math>a</math> عدد موجب.</p> <p>* البحث من خلال أمثلة على قيمة أو قيم العدد <math>x</math> بحيث <math>x^2=a</math>:</p> <p>* استعمال العلاقات التالية في أمثلة عددية لتبسيط بعض التعبيرات:</p>	<p>يتم تقديم العمليات على الأعداد الحقيقة بالقياس مع العمليات على العدد الجذرية ، ويمكن البرهنة على بعض خاصياتها باستعمال التعريف : <math>(\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}})</math> مع التركيز على الأمثلة وعلى ثبت التقنيات. ونظر الأهمية هذه التقنيات ولصعوبة التمكن منها فإنه ينبغي العناية بها طيلة السنة الدراسية وفي جميع المناسبات سواء تعلق الأمر بدورس الجبر أو دروس الهندسة .</p>

ثانوية أفوران الإعدادية

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} \quad \text{و} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{و} \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

\* جعل مقام كسر عدداً جزرياً في حالات بسيطة.

### تمارين تقويمية و منزلية

### سير الدرس (أنشطة تمهيدية) + المحتوى (ملخص الدرس)

#### ١- الجذر المربع لعدد حقيقي موجب :

مدخل : حديقة مربعة الشكل مساحتها  $64m^2$  . كم يساوي طول ضلعها؟

وداخل هذه الحديقة حوض للأسماك مساحته  $2m^2$  . كم يساوي طول ضلع الحوض ؟

(١) - تعريف :

العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه  $a$  يسمى :

جذر مربع العدد  $a$  ويكتب :  $\sqrt{a}$

\* بتعبير آخر :

$a$  عدد حقيقي موجب و  $b$  عدد حقيقي موجب.

$a = b^2$  يعني أن  $b = \sqrt{a}$

$$a = (\sqrt{2})^2 ; ; \quad b = \left[ (-\sqrt{5})^2 \right]^{-2} ; ;$$

$$c = \left( \frac{1}{\sqrt{7}} \right)^{-4} ; ; \quad d = \sqrt{3} \times (2\sqrt{3})^3$$

$$e = 2\sqrt{45} \times \sqrt{80} ; ;$$

$$f = \sqrt{11} \times (\sqrt{11})^2 \times (\sqrt{11})^{-3} ; ;$$

$$g = (2\sqrt{7})^2 \times (3\sqrt{7})^2 \times (-5\sqrt{7})^2$$

ثانوية أفوران الإعدادية

نتيجة : (2)

مهما كان  $a$  عدداً حقيقياً موجباً فإن :

$$(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$$

تطبيقات \*

$$\sqrt{0} = 0 \quad ; \quad \sqrt{3}^2 = 3 \quad ; \quad (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$\sqrt{1} = 1 \quad ; \quad \sqrt{16} = \sqrt{4}^2 = 4 \quad ; \quad \sqrt{(-7)^2} = 7$$

$$\sqrt{\frac{100}{9}} = \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{10}{3} \quad ; \quad \sqrt{1.21} = \sqrt{(1.1)^2} = 1.1$$

## II - العمليات على الجذور المربعة :

\* نشاط تمهيدى

مستعملاً الآلة الحاسبة ، قارن مايلي :

$$\sqrt{\frac{2}{8}} \text{ و } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} \text{ ثم } \sqrt{\frac{4}{9}} \text{ و } \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} \text{ ثم } \sqrt{2 \times 8} \text{ و } \sqrt{2} \times \sqrt{8} \text{ ثم } \sqrt{3 \times 9} \text{ و } \sqrt{3} \times \sqrt{9} \text{ ثم } \sqrt{4 \times 9} \text{ و } \sqrt{4} \times \sqrt{9}$$

بصفة عامة :

$$h = \frac{(2\sqrt{2})^2}{\sqrt{3}-1} + \frac{(-\sqrt{3})^4}{\sqrt{3}+1}$$

### تمرين 3

بسط كتابة ما يلي :

$$a = \sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{27} \quad ;;$$

$$b = 2\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \sqrt{80} \quad ;;$$

$$c = 3\sqrt{6} + 4\sqrt{24} - \frac{1}{2}\sqrt{54}$$

$$d = \sqrt{\frac{2}{3}} + 2\sqrt{\frac{8}{27}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{50}{12}}$$

### تمرين 4

$a$  و  $b$  عددان حقيقيان بحيث :

## 1) الجذر المربع و الجداء.

أ) خاصية 1

$$b = 3 - \sqrt{5} \quad \text{و} \quad a = 3 + \sqrt{5}$$

أحسب ما يلي :

$$a^2 \quad b^2 \quad ab \quad \frac{a}{b} \quad \frac{b}{a}$$

و

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} - \frac{b}{a}$$

و  $a$  و  $b$  عددان حقيقيان موجبان .

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

ب) نتائج :

### تمرين 5

$a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية موجبة.

أكتب ما يلي بدون استعمال رمز الجذر المربع :

$$a = \sqrt{36a^2b^2} \quad ;; \quad b = \frac{1}{2}\sqrt{4(ac)^4} \quad ;;$$

$$\sqrt{a^2 \times b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = a\sqrt{b} \quad : \quad a \text{ و } b \text{ عددان حقيقيان موجبان .}$$

ج) تطبيق

ثانوية أفوران الإعدادية

$$c = 3\sqrt{9a^2} \times (5\sqrt{2b})^2 \times 2\sqrt{25c^4}$$

$$d = 2\sqrt{a^2} + 5\sqrt{b^2} - 3\sqrt{c^2} + 4(a - b + c)$$

### تمرين 6

أحسب وبسط ما يلي :

$$A = -3\sqrt{45} + 2\sqrt{80} - \frac{3}{2}\sqrt{20} ;;$$

$$B = \sqrt{2\sqrt{7} - 3} \times \sqrt{2\sqrt{7} + 3} ;;$$

$$C = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{15}} \times \sqrt{\frac{5}{24}}$$

$$A = \sqrt{3} \times \sqrt{27}$$

$$B = \sqrt{80} \times \sqrt{5}$$

$$C = \sqrt{2} \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6}$$

1- بسط الكتابات التالية :

$$\frac{A}{-A} = \frac{B}{-B} = \frac{C}{-C}$$

### (2) الجذر المربع و الخارج.

#### أ) خاصية

$a$  و  $b$  عددان حقيقيان موجبان و  $b \neq 0$ .

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

#### ب) تطبيقات

1- بسط ما يلي :

ثانوية أفوران الإعدادية

$$D = 2\sqrt{12} + \frac{1}{4}\sqrt{48} - \sqrt{27} \quad ;;$$

$$E = -\frac{1}{7}\sqrt{14} \times \sqrt{\frac{7}{2}} \quad ;;$$

$$F = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$G = \sqrt{18} + \sqrt{98} + \sqrt{200} \quad ;;$$

$$H = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{48}{5}} - \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} + \sqrt{\frac{3}{20}} \quad ;;$$

$$I = \frac{1}{7-5\sqrt{2}} - \frac{1}{7+5\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{\frac{25}{9}}$$

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$$

- 2 - أحسب مايلي :

$$A = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{25}{9}} - \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$$

على دفتر التمارين

تمرين 1

أحسب مايلي دون استعمال الآلة الحاسبة:

$$D = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$

$$C = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$

$$B = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$

$$A = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$

III - حذف الجذر المربع من المقام :

ثانوية أفوران الإعدادية

تذكير : لنتعتبر الكتابة الكسرية التالية  $\frac{a}{b}$  و  $k$  عدد حقيقي يخالف صفر

$$\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$$

(1) – الحالة الأولى :

\* لنحذف الجذر المربع من مقام العدد :  
 $\cdot \frac{2}{\sqrt{5}}$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{لدينا :}$$

\* لنحذف الجذر الرابع من مقام العدد :  
 $\cdot \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$

$$\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3 \times 2}}{5\sqrt{2}^2} = \frac{\sqrt{6}}{5 \times 2} = \frac{\sqrt{6}}{10} \quad \text{لدينا :}$$

$$\cdot \frac{2+\sqrt{5}}{7\sqrt{3}} \quad * \text{ لمحذف الجذر المربع من مقام العدد :}$$

لدينا :

$$\frac{2+\sqrt{5}}{7\sqrt{3}} = \frac{(2+\sqrt{5}) \times \sqrt{3}}{7\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5} \times \sqrt{3}}{7\sqrt{3}^2} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5 \times 3}}{73} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{15}}{21}$$

(2) – الحالة الثانية : استعمال المرافق. (مرافق  $a+b$ ) هو  $(a-b)$  و مرافق  $(a-b)$  هو  $(a+b)$

$$\frac{2}{1-\sqrt{5}} \quad * \text{ لمحذف الجر المربع من مقام العدد :}$$

$$\frac{2}{1-\sqrt{5}} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{1^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{1-5} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{-4} \quad \text{لدينا :}$$

ملاحظة : مرافق العدد  $(1+\sqrt{5})$  هو العدد  $(1-\sqrt{5})$

١٧ حل المعادلة :  $x^2 = a$

\* نشاط تمهيدى

أوجد قيمة  $x$  في كل حالة مما يلى :

$$x^2 = 4 \quad (1)$$

$$x^2 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 = -9 \quad (3)$$

: قاعدة :

إذا كان  $a > 0$  فإن المعادلة  $x^2 = a$  لها حلين هما :  $\sqrt{a}$  و  $-\sqrt{a}$ .

إذا كان  $a = 0$  فإن المعادلة  $x^2 = a$  لها حل واحد هو العدد 0.

إذا كان  $a < 0$  فإن المعادلة  $x^2 = a$  ليس لها حل.

: أمثلة :

\* حل المعادلة :  $x^2 - 9 = 0$ .

# ثانوية أفوران الإعدادية

لدينا :  $x^2 = 9$

$$x = -\sqrt{9} = -3 \quad \text{أو} \quad x = \sqrt{9} = 3$$

إذن : هذه المعادلة تقبل حلين هما 3 و -3.

\* حل المعادلة :  $x^2 + 11 = 0$ .

لدينا :  $x^2 = -11$  لا يمكن لأن المربع يكون دائماً موجباً.

إذن : هذه المعادلة ليس لها حل.

\* حل المعادلة :  $x^2 = 0$ .

# ثانوية أفوران الإعدادية

لدينا :  $x^2 = 0$  يعني أن  $x = 0$ .

إذن هذه المعادلة تقبل حلًا وحيداً هو 0.

# ثانوية أفوران الإعدادية